

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Одобрено на заседании Ученого  
совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ,  
протокол №25.8 от 25.08.2025

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

*название дисциплины*

для направления подготовки

**22.03.01 - Материаловедение и технологии материалов**

*код и название направления подготовки*

образовательная программа

**Плазменные и лазерные технологии материалов**

Форма обучения: очная

## **Область применения**

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **Цели и задачи фонда оценочных средств**

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

**1.1.** В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| <b>Код компетенций</b> | <b>Наименование компетенции</b>                                                                                                                                                              | <b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1.                 | Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, общетехнические и естественнонаучные знания                                    | З-ОПК-1 знать фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы<br>У-ОПК-1 уметь применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера;<br>В-ОПК-1 владеть навыками моделирования, математического анализа, а также решать задачи в области естественнонаучных и общетехнических знаний.                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| УКЕ-1                  | Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах | З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования<br>У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи<br>В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами |

## **1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата**

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

### 1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

| № п/п                                      | Контролируемые разделы (темы) дисциплины                                       | Код контролируемой компетенции / Индикатор достижения компетенции | Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| <b>Текущая аттестация, 2 семестр</b>       |                                                                                |                                                                   |                                                                     |
| 1.                                         | <b>Матрицы, определители, системы уравнений</b>                                | ОПК-2 УКЕ-1                                                       | КР № 1, ИДЗ «Линейная алгебра».                                     |
| 2.                                         | Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы | ОПК-2 УКЕ-1                                                       | КР № 1, КР № 2, ИДЗ «Линейная алгебра».                             |
| 3.                                         | Евклидовы пространства, квадратичные формы                                     | ОПК-2 УКЕ-1                                                       | КР № 2 ИДЗ «Линейная алгебра».                                      |
| <b>Промежуточная аттестация, 2 семестр</b> |                                                                                |                                                                   |                                                                     |
|                                            | зачет/экзамен                                                                  | ОПК-2 УКЕ-1                                                       | Экзаменационный билет                                               |

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

| Уровни                                                                                                                      | Содержательное описание уровня                                                                                                                                  | Основные признаки выделения уровня                                                                                                                                                                                                                                                                                              | БРС, % освоения | ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------|
| <b>Высокий</b><br>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины         | Творческая деятельность                                                                                                                                         | Включает нижестоящий уровень.<br>Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий                 | 90-100          | A/<br>Отлично/<br>Зачтено                          |
| <b>Продвинутый</b><br>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины | Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы  | Включает нижестоящий уровень.<br>Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения. | 85-89           | B/<br>Очень хорошо/<br>Зачтено                     |
|                                                                                                                             |                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 70-84           | C/<br>Хорошо/<br>Зачтено                           |
| <b>Пороговый</b><br>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне                                                   | Репродуктивная деятельность                                                                                                                                     | Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.                                                                                                                                                                       | 65-69           | D/Удовлетворительно/<br>Зачтено                    |
|                                                                                                                             |                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 60-64           | E/Посредственно<br>/Зачтено                        |
| <b>Ниже порогового</b>                                                                                                      | Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0-59            | Неудовлетворительно/<br>Незачтено                  |

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

| Уровень сформированности компетенции | Текущий контроль       | Промежуточная аттестация |
|--------------------------------------|------------------------|--------------------------|
| высокий                              | <b>высокий</b>         | <b>высокий</b>           |
|                                      | продвинутый            | высокий                  |
|                                      | высокий                | продвинутый              |
| продвинутый                          | пороговый              | высокий                  |
|                                      | высокий                | пороговый                |
|                                      | <b>продвинутый</b>     | <b>продвинутый</b>       |
|                                      | продвинутый            | пороговый                |
|                                      | пороговый              | продвинутый              |
| пороговый                            | <b>пороговый</b>       | <b>пороговый</b>         |
| ниже порогового                      | <b>пороговый</b>       | <b>ниже порогового</b>   |
|                                      | <b>ниже порогового</b> | -                        |

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
  - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
  - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

| Этап рейтинговой системы /<br>Оценочное средство | Неделя      | Балл                             |            |
|--------------------------------------------------|-------------|----------------------------------|------------|
|                                                  |             | Минимум*                         | Максимум** |
| <b>Текущая аттестация</b>                        | <b>1-16</b> | <b>36 - 60% от<br/>максимума</b> | <b>60</b>  |
| <b>Контрольная точка № 1</b>                     | <b>8</b>    | <b>18 (60% от 30)</b>            | <b>30</b>  |
| Рейтинговая контрольная работа                   | 8           | 18                               | 30         |

|                                    |              |                       |            |
|------------------------------------|--------------|-----------------------|------------|
| № 1                                |              |                       |            |
| <b>Контрольная точка № 2</b>       | <b>15-16</b> | <b>18 (60% от 30)</b> | <b>30</b>  |
| Рейтинговая контрольная работа № 2 | 15           | 15                    | 25         |
| Индивидуальное домашнее задание    | 16           | зачтено               | зачтено    |
| <b>Промежуточная аттестация</b>    | <b>-</b>     | <b>24 – (60% 40)</b>  | <b>40</b>  |
| Экзамен                            | -            |                       |            |
| Экзаменационный билет              | -            | 24                    | 40         |
| <b>ИТОГО по дисциплине</b>         |              | <b>60</b>             | <b>100</b> |

\* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

#### 4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

| № | Задание                                                                                                            | Вариант(ы) ответа                                                                                                                                          |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Найти ранг матрицы<br>$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$                                               | - вариант ответа: 0<br>+ вариант ответа: 1<br>- вариант ответа: 2                                                                                          |
| 2 | Найти ранг матрицы<br>$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$                                       | - вариант ответа: 0<br>- вариант ответа: 1<br>+ вариант ответа: 2                                                                                          |
| 3 | Найти определитель матрицы<br>$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$                                       | + вариант ответа: -2<br>- вариант ответа: 0<br>- вариант ответа: 2                                                                                         |
| 4 | Найти обратную матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$                                              | - $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$<br>- $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$<br>+ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 5 | Перемножить матрицы<br>$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ | - $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$<br>- $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                       |

|    |                                                                                                                                       |                                                                                                                                                       |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                       | $+\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                                                                       |
| 6  | Выполнить действие<br>$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T$                 | $-\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$<br>$-\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$<br>$+\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ |
| 7  | Определить размерность пространства решений системы<br>$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}.$  | - вариант ответа: 1<br>+ вариант ответа: 2<br>- вариант ответа: 3<br>- вариант ответа: 4                                                              |
| 8  | Являются ли функции $1, x, x^2$ линейно независимыми?                                                                                 | - нет<br>+ да<br>- нет правильного ответа                                                                                                             |
| 9  | Являются ли функции $1, \sin^2 x, \cos^2 x$ линейно зависимыми?                                                                       | - нет<br>+ да<br>- нет правильного ответа                                                                                                             |
| 10 | Решить систему<br>$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$                                                          | - вариант ответа: (1,1)<br>+ вариант ответа: (2,1)<br>- вариант ответа: (3,2)<br>- вариант ответа: (4,-1)                                             |
| 11 | Найти координаты вектора $x = (1,1)$ в базисе $f_1, f_2$ , если он задан в базисе $e_1, e_2$ :<br>$f_1 = e_1 + e_2, f_2 = e_1 - e_2.$ | - вариант ответа: (1,1)<br>+ вариант ответа: (1,0)<br>- вариант ответа: (0,1)<br>- вариант ответа: (0,0)                                              |
| 12 | Написать матрицу оператора проекции на ось Oх в базисе i,j,k                                                                          | $+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$<br>$-\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$<br>- нет правильного ответа                        |
| 13 | Написать матрицу оператора симметрии относительно оси Oх в базисе i,j,k                                                               | $-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$<br>$+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$<br>- нет правильного ответа                       |

|    |                                                                                                                                                       |                                                                                                                                  |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14 | Найти размерность ядра оператора, заданного матрицей<br>$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                                                | + вариант ответа: 1<br>- вариант ответа: 2<br>- вариант ответа: 0                                                                |
| 15 | Найти размерность образа оператора, заданного матрицей<br>$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                                              | - вариант ответа: 0<br>+ вариант ответа: 1<br>- вариант ответа: 2                                                                |
| 16 | Сколько линейно независимых собственных векторов имеется у данного оператора?<br>$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$                       | - вариант ответа: 1<br>+ вариант ответа: 2<br>- вариант ответа: 0                                                                |
| 17 | Приводится ли матрица оператора $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ к диагональному виду?                                                  | - да<br>+ нет<br>- нет правильного ответа                                                                                        |
| 18 | Вычислить длину вектора (1,1,1,1)                                                                                                                     | - вариант ответа: $\sqrt{2}$<br>- вариант ответа: 4<br>+ вариант ответа: 2                                                       |
| 19 | Вычислить косинус угла между векторами<br>(1,1,1,1)<br>(1, -1,1,1)                                                                                    | - вариант ответа: 1<br>+ вариант ответа: 0.5<br>- вариант ответа: 0                                                              |
| 20 | Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $f_1 = (1,1,0,0)$ , $f_2 = (0,0,1,1)$ .                                                       | - вариант ответа: 1<br>+ вариант ответа: 2<br>- вариант ответа: 3                                                                |
| 21 | Является ли квадратичная форма положительно определённой?<br>$x_1^2 + x_2^2 + x_2x_3$                                                                 | + да<br>- нет<br>- нет правильного ответа                                                                                        |
| 22 | Найти матрицу оператора А в базисе $f_1 = e_2, f_2 = e_1$ , если она задана в базисе $e_1, e_2$<br>$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ | + $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$<br>- $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$<br>- нет правильного ответа |
| 23 | Образуют ли функции $1, x, x^2$ базис в пространстве полиномов степени меньше или равной 2?                                                           | - нет<br>+ да<br>- нет правильного ответа                                                                                        |
| 24 | Какова размерность пространства матриц размера 2x3?                                                                                                   | - вариант ответа: 3<br>- вариант ответа: 4<br>- вариант ответа: 5                                                                |

|    |                                                                                                                                       |                                                                                          |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                       | + вариант ответа: 6                                                                      |
| 25 | Какова размерность пространства полиномов степени меньше или равной 3?                                                                | - вариант ответа: 1<br>- вариант ответа: 2<br>- вариант ответа: 3<br>+ вариант ответа: 4 |
| 26 | является ли квадратичная форма<br>знакопеременной?<br>$4x_1^2 - 5x_2^2$                                                               | + да<br>- нет<br>- нет правильного ответа                                                |
| 27 | Является ли множество всех сходящихся последовательностей с обычными операциями сложения и умножения на число линейным пространством? | + да<br>- нет<br>- нет правильного ответа                                                |
| 28 | Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                                                                     | 2                                                                                        |
| 29 | Найти определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$                                                | 6                                                                                        |
| 30 | Вычислить произведение матриц<br>$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$          | $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                           |
| 31 | Решить матричное уравнение<br>$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$   | $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                       |
| 32 | Найти размерность линейной оболочки векторов<br>$(1, 1, 1, 1)$<br>$(1, -1, 1, 1)$                                                     | 2                                                                                        |
| 33 | Найти размерность пространства решений системы<br>$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$              | 1                                                                                        |
| 34 | Найти размерность ядра оператора<br>$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                    | 1                                                                                        |
| 35 | Найти размерность образа оператора<br>$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                  | 1                                                                                        |

|    |                                                                                                                         |                                                                                                                                             |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                         |                                                                                                                                             |
| 36 | Найти матрицу обратного оператора<br>$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                                     | $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                                                                                              |
| 37 | Найти собственные значения матрицы оператора<br>$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                          | + 1 ; -1                                                                                                                                    |
| 38 | Привести к диагональному виду матрицу оператора<br>$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                       | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ или $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$                                         |
| 39 | Применить процесс ортогонализации Грама-Шмидта к векторам $e_1 = (1,0)$ ; $e_2 = (1,1)$                                 | $f_1 = (1,0)$ ; $f_2 = (0,1)$                                                                                                               |
| 40 | Вычислить матрицу Грама $G(e_1, e_2)$<br>$e_1 = (1,0)$ ; $e_2 = (1,1)$                                                  | $G(e_1, e_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$                                                                                |
| 41 | Вычислить матрицу Грама $G(e_1, e_2, e_3)$<br>$e_1 = (1,0,0)$ ;<br>$e_2 = (1,1,0)$ ; $e_3 = (1,1,1)$                    | $G(e_1, e_2, e_3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$                                                      |
| 42 | Записать матрицу квадратичной формы<br>$f(\bar{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3$                                         | $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$                                                                         |
| 43 | Найти собственные векторы оператора<br>$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$                               | $\lambda_1 = 3 \quad v_1 = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$ $\lambda_2 = 1 \quad v_2 = C_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ |
| 44 | Записать характеристический многочлен оператора $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                      | $\lambda^2 - 1$                                                                                                                             |
| 45 | Записать характеристический многочлен оператора $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $-\lambda^3 + 3\lambda^2 - 3\lambda + 1$                                                                                                    |
| 46 | Является ли оператор                                                                                                    | нет                                                                                                                                         |

|    |                                                                                                                                              |                                                    |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
|    | $A(x, y) = (x + 1, y)$<br>линейным?                                                                                                          |                                                    |
| 47 | Записать матрицу перехода $T$<br>от базиса $e_1, e_2$ к базису<br>$f_1 = e_2, f_2 = e_1$                                                     | $T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ |
| 48 | Является ли форма положительно<br>определенной, знакопеременной или<br>отрицательно определенной?<br>$f(\bar{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_3^2$  | знакопеременная                                    |
| 49 | Является ли форма положительно<br>определенной, знакопеременной или<br>отрицательно определенной?<br>$f(\bar{x}) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2$ | положительно определена                            |
| 50 | Может ли $\lambda = 0$ быть собственным<br>значением<br>а) ортогонального оператора,<br>б) самосопряженного оператора?                       | а) нет<br>б) да                                    |

| Баллы         | Оценка по нормативной шкале | Количество правильных<br>ответов |
|---------------|-----------------------------|----------------------------------|
|               |                             |                                  |
| 18-20         | 5<br>(отлично)              | 40-50                            |
| 12-16         | 4<br>(хорошо)               | 30-39                            |
| 8-10          | 3<br>(удовлетворительно)    | 20-29                            |
| 6 и<br>меньше | 2<br>(неудовлетворительно)  | ·<br>19 и меньше                 |